**1.4 整数模数n** 2021年6月29日14点13分

1.4.1 定义. 设和是整数.当除以时,与具有相同余数的所有整数的集合称为**模的同余类**,记为,其中

模的所有同余类的集合称为**模的整数集**,用表示.这里我们有

也就是说,是一个**集合族**.并且

**1.4.2命题**. 令为正整数,令是任意整数.那么下面给出的同余类的加法和乘法是明确定义的:

**1.4.3定义**. 如果,且对某些非0的同余类成立,则被称为**零除数[divisor of zero]**.

**1.4.4定义**. 如果,且对某些同余类成立,则被称为的**乘法逆**,记为.在这种情况下,我们说是中的一个**可逆**元素,或中的**单位[unit]**.

**1.4.5命题**.令n是一个正整数.

1. 同余类具有中的一个乘法逆当且仅当.
2. 中的一个非零元素要么具有乘法逆,要么本身是一个零除数.

**1.4.6推论**. 下列条件在模数上是等价的.

1. 数字n是质数.
2. 除之外没有零除数.
3. 中的每一个非零元素都具有一个乘法逆.

1.4.7定义. 令为正整数.与互质且小于或等于的正整数的个数用表示.该函数被称为**欧拉-函数**,或**totient函数**.

1.4.8命题. 如果n的质数分解是,其中对成立,则

1.4.9定义. 的单位集合,同余类使得记为.

1.4.10命题. 的单位集合在乘法下是闭集合.

的元素个数等于.

1.4.11定理(欧拉). 如果,则.